

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \sin x$ .

5p a) Să se arate că funcția  $f$  este strict crescătoare.

5p b) Să se arate că graficul funcției nu are asimptote.

5p c) Să se arate că funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \sqrt[3]{f(x)}$  este derivabilă pe  $\mathbb{R}$ .

2. Se consideră funcția  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ .

5p a) Să se arate că funcția  $f$  are primitive pe  $[0, \infty)$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_0^1 xf(x) dx$ .

5p c) Folosind eventual inegalitatea  $e^x \geq x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ , să se arate că  $0 \leq \int_0^x f(t) dt < 1, \forall x > 0$ .