

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{2} \ln^2 x$.

5p a) Să se arate că funcția este convexă pe intervalul $(0, e]$.

5p b) Să se determine asimptotele graficului funcției.

5p c) Să se arate că șirul $(a_n)_{n \geq 3}$, dat de $a_n = \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} + \frac{\ln 5}{5} + \dots + \frac{\ln n}{n} - f(n)$, este descrescător.

2. Se consideră funcția $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cos x$.

5p a) Să se calculeze aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f și axele de coordonate.

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției f în jurul axei Ox .

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right) \left(f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + f\left(\frac{3}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n}{n}\right)\right)$.