

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} x$ .

5p a) Să se determine asimptota la graficul funcției  $f$  spre  $+\infty$ .

5p b) Să se arate că funcția  $f$  este strict crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .

5p c) Să se arate că șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$ , dat de  $x_{n+1} = f(x_n)$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  și  $x_1 = 0$ , este convergent.

2. Fie funcția  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \arcsin x$ .

5p a) Să se arate că funcția  $g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = xf(x)$  are primitive, iar acestea sunt crescătoare.

5p b) Să se calculeze  $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$ .

5p c) Să se arate că  $\int_0^1 xf(x) dx \leq \frac{\pi}{4}$ .