

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{x^3}{6} - \sin x$.

5p a) Să se determine $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

5p b) Să se calculeze derivata a doua a funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $f(x) \leq 0, \forall x \geq 0$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1+x}{1+x^2}$.

5p a) Să se arate că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \arctg x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$ este o primitivă a funcției f .

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

5p c) Să se arate că șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, definit de $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{n+k}{n^2+k^2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, este convergent.