

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$.

5p a) Să se arate că funcția f' este strict descrescătoare pe \mathbb{R} .

5p b) Să se arate că $\lim_{x \rightarrow \infty} x^a f(x) = 0, \forall a \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se determine asimptotele graficului funcției f .

2. Fie șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dat de $I_n = \int_0^2 (2x - x^2)^n dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze I_1 .

5p b) Să se demonstreze că $(2n+1)I_n = 2nI_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$.

5p c) Să se arate că șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ tinde descrescător către 0.