

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{3}\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-x}$ și șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ definit prin $a_1 = 2, a_{n+1} = f(a_n), \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se demonstreze că funcția f este strict crescătoare pe $(-\infty, \sqrt{3})$ și pe $(\sqrt{3}, \infty)$.

5p b) Să se determine asimptotele graficului funcției f .

5p c) Să se demonstreze că șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ nu este convergent.

2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{-x^2}$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \int_1^x f(t)dt$.

5p a) Să se determine punctele de inflexiune ale funcției F .

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 xf(x)dx$.

5p c) Să se calculeze $\int_0^1 F(x)dx$.