

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 3\arctg x$.

5p a) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe \mathbb{R} .

5p b) Să se arate că funcția f este bijectivă.

5p c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^a}$ există, este finită și nenulă.

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$ dat de $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze I_1 .

5p b) Să se demonstreze că șirul $(I_n)_{n \geq 1}$ este convergent.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$.