

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \ln(x^2 + x + 1)$.

5p a) Să se demonstreze că funcția f este strict crescătoare.

5p b) Să se demonstreze că funcția f este bijectivă.

5p c) Să se arate că graficul funcției f nu are asimptotă oblică spre $+\infty$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \{x\}(1 - \{x\})$, unde $\{x\}$ este partea fracționară a numărului real x .

5p a) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

5p b) Să se demonstreze că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p c) Să se arate că valoarea integralei $\int_a^{a+1} f(x) dx$ nu depinde de numărul real a .