

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \ln x$.

5p a) Să se studieze monotonia funcției f .

5p b) Să se determine asimptotele graficului funcției f .

5p c) Să se demonstreze că orice șir $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ cu proprietatea $x_0 \in (0, 1), x_{n+1} = e^{f(x_n)}$ este convergent.

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ definit prin $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{4x+5} dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze I_2 .

5p b) Să se arate că șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ verifică relația $4I_{n+1} + 5I_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p c) Să se determine $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$.