

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 1}$ .

- 5p**    a) Să se demonstreze că funcția  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $(-\infty, 0]$ .  
**5p**    b) Să se arate că graficul funcției  $f$  are exact două puncte de inflexiune.  
**5p**    c) Să se determine ecuația asimptotei la graficul funcției  $f$  spre  $-\infty$ .

2. Se consideră funcțiile  $F_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F_n(x) = \int_0^x t \sin^n t \, dt$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

- 5p**    a) Să se calculeze  $F_1(\pi)$ .  
**5p**    b) Să se demonstreze că  $F_{n+1}(1) < F_n(1)$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .  
**5p**    c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(1)$ .