

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^{-x}$.

- 5p** a) Să se demonstreze că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $[0, +\infty)$.
5p b) Să se arate că funcția f admite exact un punct de extrem local.
5p c) Să se determine numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) = m$, unde m este un număr real oarecare.

2. Fie funcțiile $f: \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_1^{\operatorname{tg} x} \frac{t}{1+t^2} dt$ și $g: \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \int_1^{\operatorname{ctg} x} \frac{1}{t(1+t^2)} dt$.

- 5p** a) Să se calculeze $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$.
5p b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
5p c) Să se arate că $f(x) + g(x) = 0$, $\forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.