

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + 5}{\sqrt{x^2 + 1}}$, $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

5p b) Știind că $a = 0$, să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se determine toate numerele reale a astfel încât funcția f să aibă trei puncte de extrem local.

2. Fie funcția $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$.

5p a) Să se calculeze $\int_{-1}^1 x \sqrt{1 - x^2} dx$.

5p b) Să se determine volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției f în jurul axei Ox .

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n f(x) dx$.