

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1, -1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2 - 1}$.

5p a) Să se calculeze $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$.

5p b) Să se arate că graficul funcției f admite asimptotă spre $+\infty$.

5p c) Să se demonstreze că funcția f admite un singur punct de extrem local.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

5p b) Să se determine $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x f(t) dt$.

5p c) Să se demonstreze că $\int_0^1 \cos(x^2) dx \geq \frac{9}{10}$.