

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ .

5p a) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

5p b) Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției  $f$ .

5p c) Să se demonstreze că funcția  $f$  are două puncte de extrem.

2. Fie funcția  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  și șirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  $a_n = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sqrt{n^2 - k^2}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_0^1 x f(x) dx$ .

5p b) Să se determine volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției  $f$  în jurul axei  $Ox$ .

5p c) Să se demonstreze că șirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  este convergent.