

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4-3x^2}{x^3}$.

5p a) Să se demonstreze că graficul funcției f admite asimptotă spre $+\infty$.

5p b) Să se determine mulțimea valorilor funcției f .

5p c) Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției $g : [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \arccos f(x)$.

2. Se consideră funcțiile $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$ și $F : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$.

5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției f în jurul axei Ox .

5p c) Să se calculeze aria mulțimii cuprinse între dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$, graficul funcției F și axa Ox .