

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x$ și un număr real m din intervalul $(-2, \infty)$.

5p a) Să se determine punctele de extrem ale funcției f .

5p b) Să se demonstreze că ecuația $x^3 - 3x = m$ are soluție unică în mulțimea $(1, \infty)$.

5p c) Să se determine numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f^2(x)$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} xe^x, & x \leq 0 \\ \sin x, & x > 0 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p b) Să se determine primitiva F a funcției f care are proprietatea $F(0) = -1$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^2}$.