

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x$.

5p a) Să se determine punctul în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu prima bisectoare.

5p b) Să se arate că valoarea minimă a funcției f este 1.

5p c) Să se arate că funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{f(x) - 1}$ nu este derivabilă în $x_0 = 0$.

2. Se consideră funcțiile $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_2^x \frac{t^2}{t^2 - 1} dt$ și $g: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \int_0^{\ln \frac{x^2 - 1}{3}} \sqrt{3e^t + 1} dt$.

5p a) Să se calculeze $f(3)$.

5p b) Să se arate că $g'(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$, $\forall x \in (1, \infty)$.

5p c) Să se arate că $g(x) = 2f(x)$, $\forall x \in (1, \infty)$.