

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x + 2}$.

5p a) Să se calculeze $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{f(x)}{x-1}$.

5p b) Să se determine punctele de extrem ale funcției f .

5p c) Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției f .

2. Fie funcția $f: [1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x+1)(x+2)}$.

5p a) Să se determine o primitivă a funcției f .

5p b) Să se demonstreze că $\int_1^x f(t) dt \leq \frac{x-1}{6}, \forall x \in [1, \infty)$.

5p c) Să se calculeze $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^6} dx$.