

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x$.

5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{f(x+1)}$.

5p b) Să se demonstreze că funcția f este inversabilă.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{\sqrt[3]{x}}$.

2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \sin x$ și F o primitivă a lui f .

5p a) Să se calculeze $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$.

5p b) Să se determine $c \in (1, 3)$ astfel încât $\int_1^3 \frac{f(x)}{\sin x} dx = 2c^2$.

5p c) Să se arate că funcția F nu are limită la $+\infty$.