

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2}$.

- 5p a) Să se calculeze derivata funcției f pe intervalul $(-1, 1)$.
5p b) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
5p c) Să se arate că funcția $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^{-2} f(x)$ este mărginită.

2. Fie funcția $f : [0, 1] \rightarrow [1, 3], f(x) = x^4 + x^2 + 1$. Se admite că funcția f are inversa g .

5p a) Să se calculeze $\int_0^{\frac{3}{4}} \frac{2t+1}{f(\sqrt{t})} dt$.

5p b) Să se arate că $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx = 3$.

5p c) Să se demonstreze că, dacă $\alpha \in [1, 3]$, atunci are loc inegalitatea $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^\alpha g(x) dx \geq \alpha$.