

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x+1} + \ln \frac{2x+1}{2x+3}$ .

5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in (0, \infty)$ .

5p b) Să arate că  $f(x) < 0$ ,  $\forall x \in (0, \infty)$ .

5p c) Să demonstreze că șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$ ,  $x_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln\left(n + \frac{1}{2}\right)$  este strict descrescător.

2. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$ .

5p a) Să se arate că funcția  $f$  este impară.

5p b) Să se arate că  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ .

5p c) Să se arate că  $\int_0^1 f(x) dx \leq e - 2$ .