

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln \frac{2+x}{2-x}$ .

5p

a) Să se determine ecuațiile asimptotelor la graficul funcției  $f$ .

5p

b) Să se studieze monotonia funcției  $f$ .

5p

c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$ .

2. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(t) = \int_1^2 \left(\frac{t}{x} - e^x\right)^2 dx$  și numerele  $A = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ ,  $B = \int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$ .

5p

a) Să se arate că  $f(t) = At^2 - 2Bt + \frac{e^4 - e^2}{2}$ ,  $\forall t \in \mathbb{R}$ .

5p

b) Să se arate că  $f(2B - t) = f(2B + t)$ ,  $\forall t \in \mathbb{R}$ .

5p

c) Să se demonstreze că  $\left(\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx\right)^2 \leq \left(\int_1^2 e^{2x} dx\right) \left(\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx\right)$ .