

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră o funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, astfel încât $xf(x) = e^x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .

5p b) Să se arate că funcția f este continuă în $x = 0$ dacă și numai dacă $f(0) = 1$.

5p c) Să se arate că dacă funcția f este continuă în $x = 0$, atunci ea este derivabilă pe \mathbb{R} .

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_1^2 ((x-1)(2-x))^n dx$.

5p a) Să se calculeze I_1 .

5p b) Să se arate că $2(2n+1)I_n = nI_{n-1}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.