

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 0}$, definit prin $a_0 = \sqrt{3}$, $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

5p a) Să se arate că $(a_n)_{n \geq 0}$ este strict crescător.

5p b) Să se arate că șirul $(a_n)_{n \geq 0}$ este convergent.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+2} - a_{n+1}}{a_{n+1} - a_n}$.

2. Fie funcția $f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \int_0^x \frac{(\sin t + \cos t) \sin t}{\cos^2 t} dt$.

5p a) Să se calculeze $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

5p b) Să se arate că funcția f este strict crescătoare.

5p c) Să se calculeze $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x^2}$.