

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ .

5p a) Să se determine asimptotele la graficul funcției  $f$ .

5p b) Să se determine punctele de inflexiune ale graficului funcției  $f$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 (f(x+1) - f(x))$ .

2. Fie șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$  definit prin  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^{2n} t \, dt, n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se calculeze  $I_1$ .

5p b) Să se arate că  $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{2n+1}$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p c) Să se arate că șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$  este convergent la 0.