

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$ .

**5p** a) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .

**5p** b) Să se determine asimptotele graficului funcției  $f$ .

**5p** c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3}{2} f(2) f(3) \dots f(n) \right)^{n^2}$ .

2. Se consideră șirul  $(I_n)_{n \geq 1}, I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$ .

**5p** a) Să se calculeze  $I_2$ .

**5p** b) Să se arate că  $nI_n = (n-1)I_{n-2}, \forall n \geq 3$ .

**5p** c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^n x \, dx$ .