

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \arctg x$ .

**5p** a) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .

**5p** b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - f(x)}{x^3}$ .

**5p** c) Să se arate că funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (x-1)f(x)$  admite exact un punct de extrem.

2. Se consideră șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$ ,  $I_n = \int_0^1 x^n \sin x \, dx$ .

**5p** a) Să se calculeze  $I_1$ .

**5p** b) Să se arate că șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$  este convergent.

**5p** c) Să se demonstreze că  $I_{2n} + 2n(2n-1)I_{2n-2} = 2n \sin 1 - \cos 1$ ,  $\forall n \geq 2$ .