

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$.

5p a) Să se arate că graficul funcției f admite asimptotă spre $+\infty$.

5p b) Să se arate că funcția f este inversabilă.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(f(e^x) \right)^{\frac{1}{x}}$.

2. Fie funcțiile $F, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{\sin^2 x}$, $F(x) = \int_0^x f(t) dt$.

5p a) Să se demonstreze că funcția F este strict crescătoare.

5p b) Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x F(x) dx$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x}$.