

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(\ln x)$ .

5p a) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = e$ , situat pe graficul funcției  $f$ .

5p b) Să se demonstreze că funcția  $f$  este concavă.

5p c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+1) - f(x)}{f'(x)}$ .

2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .

5p b) Să se arate că orice primitivă a funcției  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

5p c) Să se calculeze  $\int_0^{2\pi} xf(x) dx$ .