

SUBIECTUL III (30p)

1. Pentru fiecare $t \in \mathbb{R}$, se consideră funcția $f_t : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_t(x) = x^3 + t^2x$.

5p a) Să se calculeze $f'_t(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că fiecare funcție f_t este inversabilă.

5p c) Să se arate că funcția $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(t) = f_t^{-1}(1)$ este continuă în punctul 0.

2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^x (t^2 + 1)\sqrt{|t|} dt$.

5p a) Să se calculeze $f(1)$.

5p b) Să se arate că f este funcție impară.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+1) - f(x)}{x^2 \sqrt{x}}$.