

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcțiile  $f_n : [0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = x^{n+1} - (n+2)x + n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se arate că graficele funcțiilor  $f_n$  nu admit asimptotă spre  $+\infty$ .

5p b) Să se arate că, pentru oricare  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $f_n$  are exact un punct de extrem  $x_n$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n^{n^2}$ , unde  $x_n$  este definit la punctul b).

2. Se consideră șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$ ,  $I_n = \int_0^1 \frac{x^{2n}}{1+x^2} dx$ .

5p a) Să se calculeze  $I_1$ .

5p b) Să se arate că  $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{2n+1}$ ,  $\forall n \geq 1$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ .