

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2x + 1} - \sqrt[3]{x^3 - x + 1}$.

5p a) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .

5p b) Să se arate că graficul funcției admite asimptotă spre $+\infty$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{f(1) + f(2) + \dots + f(n)}{n} \right)^n$.

2. Se consideră funcțiile $f_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \int_{\frac{1}{e}}^x t^n \ln t \, dt$, $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze $f_1(e)$.

5p b) Să se arate că funcțiile f_n sunt descrescătoare pe intervalul $(0, 1)$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$.