

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^3 - x^2 + x$.

5p a) Să se arate că funcția f este strict crescătoare.

5p b) Să se arate că funcția f este inversabilă.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(x)}{\ln x}$.

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 3x + 2} dx$.

5p a) Să se calculeze I_1 .

5p b) Să se arate că $I_{n+2} + 3I_{n+1} + 2I_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$.