

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră determinantul $d = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p a) Pentru $a = 2$, $b = 1$ și $c = -1$, să se calculeze determinantul d .

5p b) Să se verifice că $d = \frac{1}{2}(a+b+c)((a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2)$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\begin{vmatrix} 2^x & 3^x & 5^x \\ 5^x & 2^x & 3^x \\ 3^x & 5^x & 2^x \end{vmatrix} = 0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale definim operația $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$.

5p a) Să se arate că $x \circ y = 2(x-3)(y-3) + 3$, pentru oricare $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, pentru oricare $x \in \mathbb{R}$.

5p c) Știind că operația " \circ " este asociativă, să se calculeze $1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2009}$.