

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se calculeze A^3 , unde $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

5p b) Să se verifice dacă $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + ab)$, oricare ar fi numerele $a, b \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se calculeze suma $X(1) + X(2) + X(3) + \dots + X(2009)$.

2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$.

5p a) Să se rezolve în \mathbb{Z}_6 ecuația $\hat{2}x + \hat{5} = \hat{1}$.

5p b) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix}$ în \mathbb{Z}_6 .

5p c) Să se rezolve în \mathbb{Z}_6 sistemul de ecuații $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{5} \end{cases}$.