

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Se notează  $A^2 = A \cdot A$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

5p a) Să se determine  $x$  real, știind că  $\det(A) = 0$ .

5p b) Să se verifice egalitatea  $A^2 = (2x-6)A - (x^2 - 6x + 8) \cdot I_2$ .

5p c) Să se determine  $x \in \mathbb{R}$  pentru care  $A^2 = 2A$ .

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție  $x \circ y = xy - 2(x + y) + 6$ .

5p a) Să se arate că  $x \circ y = (x-2)(y-2) + 2$ , oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{R}$ .

5p b) Să se demonstreze că  $x \circ 2 = 2$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ .

5p c) Știind că legea de compoziție „ $\circ$ ” este asociativă, să se calculeze valoarea expresiei  
 $E = (-2009) \circ (-2008) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 \circ \dots \circ 2009$ .