

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se calculeze matricea B^2 , unde $B^2 = B \cdot B$.

5p b) Să se verifice că $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

5p c) Să se arate că $C^4 = 6^4 \cdot I_2$, unde $C = B^2 + A^{-1}$ și $C^4 = C \cdot C \cdot C \cdot C$.

2. Fie polinoamele $f = X^3 + aX^2 + X + \hat{1}$ și $g = X + \hat{3}$ din inelul $\mathbb{Z}_5[X]$.

5p a) Să se determine $a \in \mathbb{Z}_5$ astfel încât polinomul f să fie divizibil cu polinomul g .

5p b) Pentru $a = \hat{1}$ să se arate că $f = (X + \hat{1})(X^2 + \hat{1})$.

5p c) Pentru $a = \hat{1}$ să se rezolve în inelul $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ ecuația $f(x) = \hat{0}$.