

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Definim matricele $A = X \cdot Y^t$ și

$B(a) = aA + I_3$, unde $a \in \mathbb{R}$ și Y^t este transpusa matricei Y .

5p

a) Să se arate că matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -6 \\ 3 & 6 & -9 \end{pmatrix}$.

5p

b) Să se calculeze determinantul matricei A .

5p

c) Să se arate că matricea $B(a)$ este inversabilă, oricare ar fi $a \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{4} \right\}$.

2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_5[X]$, $f = (\hat{3}a + \hat{3}b)X^2 + \hat{2}X + \hat{2}a + \hat{3}b$ și $g = \hat{2}X^2 + \hat{2}X + \hat{3}a + \hat{2}b$.

5p

a) Să se determine $a, b \in \mathbb{Z}_5$ astfel încât cele două polinoame să fie egale.

5p

b) Pentru $a = b = \hat{2}$ să se calculeze în \mathbb{Z}_5 suma $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2}) + f(\hat{3}) + f(\hat{4})$.

5p

c) Pentru $a = b = \hat{2}$ să se rezolve în \mathbb{Z}_5 ecuația $f(x) = \hat{0}$.