

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $A^t = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5p

a) Să se determine numerele întregi a, b, c, d astfel încât $A + 2I_2 = O_2$.

5p

b) Să se calculeze determinantul matricei $B = A - A^t$.

5p

c) Să se arate că, dacă $A + A^t = 2I_2$, atunci determinantul matricei $A - A^t$ este un număr divizibil cu 4.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x \circ y = (x - 4)(y - 4) + 4$.

5p

a) Să se determine elementul neutru al legii de compoziție.

5p

b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x \circ x = x$.

5p

c) Să se determine două numere $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ astfel încât $a \circ b \in \mathbb{N}$.