

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ . Se notează  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  și  $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori}}$ , oricare

ar fi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**5p** a) Să se calculeze determinantul matricei  $A$ .

**5p** b) Să se arate că  $A^2 + A^3 = O_2$ .

**5p** c) Să se calculeze suma  $A + 2 \cdot A^2 + \dots + 10 \cdot A^{10}$ .

2. Se consideră polinoamele  $f, g \in \mathbb{R}[X]$ ,  $f = (X - 1)^{10} + (X - 2)^{10}$  și  $g = X^2 - 3X + 2$ .

**5p** a) Să se descompună polinomul  $g$  în produs de factori ireductibili în  $\mathbb{R}[X]$ .

**5p** b) Să se demonstreze că polinomul  $f$  nu este divizibil cu polinomul  $g$ .

**5p** c) Să se determine restul împărțirii polinomului  $f$  la polinomul  $g$ .