

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră mulțimea  $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 3b^2 = 1 \right\} \subset \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ .

5p a) Să se verifice că  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in G$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \notin G$ .

5p b) Să se arate că pentru orice două matrice  $A, B \in G$  are loc egalitatea  $A \cdot B = B \cdot A$ .

5p c) Să se demonstreze că inversa oricărei matrice din  $G$  aparține mulțimii  $G$ .

2. Se consideră polinomul  $f = mX^3 + 11X^2 + 7X + m$ ,  $f \in \mathbb{R}[X]$ .

5p a) Să se determine  $m \in \mathbb{R}$  astfel încât polinomul  $f$  să fie divizibil cu polinomul  $g = X - 1$ .

5p b) Să se determine  $m \in \mathbb{Q}$  astfel încât  $f(\sqrt{2}) \in \mathbb{Q}$ .

5p c) Pentru  $m = -9$  să se calculeze suma pătratelor rădăcinilor polinomului  $f$ .