

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 1 \\ x + 4y + a^2z = 1 \end{cases}$$
 și matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & 4 & a^2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

**5p** a) Să se calculeze  $\det(A(4))$ .

**5p** b) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  pentru care matricea  $A(a)$  este inversabilă.

**5p** c) Pentru  $a \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$  să se rezolve sistemul.

2. Fie polinomul  $f = X^3 + aX^2 - aX - 4$ ,  $f \in \mathbb{R}[X]$ .

**5p** a) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât  $x_1 + x_2 + x_3 = -2$ , unde  $x_1, x_2, x_3$  sunt rădăcinile reale ale polinomului  $f$ .

**5p** b) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât polinomul  $f$  să fie divizibil cu polinomul  $X^2 - 2$ .

**5p** c) Să se determine  $a \in \mathbb{Z}$  pentru care polinomul  $f$  are o rădăcină rațională pozitivă.