

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se calculeze A^2 , unde $A^2 = A \cdot A$.

5p b) Să se verifice că $AB - 2B = O_2$.

5p c) Să se arate că dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $A \cdot X \cdot B = O_2$, atunci suma elementelor matricei X este egală cu zero.

2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_2[X]$, $f = X^2 + \hat{1}$ și $g = X + \hat{1}$ și mulțimea

$$H = \left\{ a + bX + cX^2 \mid a, b, c \in \mathbb{Z}_2 \right\}.$$

5p a) Să se verifice că $g^2 = f$.

5p b) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f + g$ la polinomul f .

5p c) Să se determine numărul elementelor mulțimii H .