

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ notăm cu A^t transpusa matricei A .

5p a) Să se calculeze $I_2 + (I_2)^t$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p b) Să se demonstreze că pentru orice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $m \in \mathbb{R}$ are loc relația $(mA)^t = mA^t$.

5p c) Să se determine matricele $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A + A^t = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x * y = (x - \sqrt{2})(y - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$.

5p a) Să se rezolve ecuația $x * x = x$, unde $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se demonstreze că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.

5p c) Să se determine elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.