

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră mulțimea  $\mathcal{M} = \left\{ \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}^* \right\}$  și matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ . Se notează cu  $X^t$  transpusa matricei  $X$ .

**5p** a) Să se calculeze  $A^t \cdot A$ .

**5p** b) Să se arate că, pentru orice matrice  $X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$  din  $\mathcal{M}$ , are loc egalitatea  $\det(X \cdot X^t) = (ad - bc)^2$ .

**5p** c) Să se arate că, pentru orice matrice  $X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}$  cu  $\det(X \cdot X^t) = 0$ , are loc relația  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

2. Pe mulțimea numerelor reale, se consideră legea de compoziție definită prin  $x \circ y = xy - x - y + 2$ .

**5p** a) Să se arate că legea " $\circ$ " este asociativă.

**5p** b) Să se arate că, pentru oricare  $x, y \in (1, +\infty)$ , rezultă că  $x \circ y \in (1, +\infty)$ .

**5p** c) Să se determine  $a \in \mathbb{Z}$  cu proprietatea că  $x \circ a = a$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{Z}$ .