

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Fie funcția  $f : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  definită prin  $f(A) = A + A^t$ , unde  $A^t$  este transpusa matricei  $A$ .

5p a) Să se calculeze  $f(I_2)$ .

5p b) Să se demonstreze că  $(A + B)^t = A^t + B^t$ , oricare ar fi  $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

5p c) Să se determine matricele  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $\det A = 1$  și  $f(A) = O_2$ , unde  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Se consideră ecuația  $x^4 - ax^3 - ax + 1 = 0$  cu soluțiile  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ .

5p a) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$ .

5p b) Pentru  $a = 1$ , să se determine soluțiile reale ale ecuației.

5p c) Să se determine valorile întregi ale lui  $a$  pentru care ecuația admite cel puțin o soluție număr întreg.