

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ se consideră matricele $F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se determine numerele a, b și c astfel încât $A + F = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

5p b) Să se arate că pentru $a = c = 0$ și $b = -1$ matricea A este inversa matricei F .

5p c) Să se rezolve ecuația $F \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, unde $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$.

2. Pe mulțimea \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x * y = 2xy - x - y + 1$.

5p a) Să se arate că $x * y = xy + (1 - x)(1 - y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.

5p c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x * (1 - x) = 0$.