

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $\mathcal{M} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ și matricea $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se arate că $I_2 \in \mathcal{M}$.

5p b) Știind că $A, B \in \mathcal{M}$, să se arate că $A + B \in \mathcal{M}$.

5p c) Să se demonstreze că $\det(AB - BA) \geq 0$, oricare ar fi $A, B \in \mathcal{M}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = -xy + 2x + 2y - 2$.

5p a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x * 4 = 10$.

5p b) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $x * a = a * x = a$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

5p c) Știind că legea „ $*$ ” este asociativă, să se calculeze $\frac{1}{2009} * \frac{2}{2009} * \dots * \frac{4018}{2009}$.