

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Se notează $A^2 = A \cdot A$.

5p a) Să se calculeze A^2 .

5p b) Să se verifice că $A^2 = (a + d)A - (ad - bc)I_2$.

5p c) Știind că $a + d \neq 0$ și $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu $A^2M = MA^2$, să se demonstreze că $AM = MA$.

2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 - 2X^2 + aX + b$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

5p a) Pentru $a = 1$ și $b = 0$ să se determine x_1, x_2, x_3 .

5p b) Știind că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$, să se arate că $a = 1$.

5p c) Știind că $f = (X - x_1^2)(X - x_2^2)(X - x_3^2)$, să se determine numerele reale a și b .