

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se determine matricea A^2 , unde $A^2 = A \cdot A$.

5p b) Să se demonstreze că $A^3 = 4A^2 - 5A + 2I_3$, unde $A^3 = A^2 \cdot A$.

5p c) Să se determine numerele reale m, n, p astfel încât $A^{-1} = mA^2 + nA + pI_3$, unde A^{-1} este inversa matricei A .

2. Se consideră numerele reale x_1, x_2, x_3 cu proprietatea că:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2; \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{1}{2}; x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -2.$$

5p a) Să se calculeze $x_1x_2x_3$.

5p b) Să se determine $a, b, c \in \mathbb{R}$, știind că ecuația $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ are soluțiile x_1, x_2, x_3 .

5p c) Să se descompună polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + 4$ în factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.